

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es dóna la matriu  $A = \begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

Obteniu **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- La comprovació que  $A^{-1} = 5^{-1} A'$ , sent  $A'$  la matriu transposada de  $A$ . (4 punts)
- Els valors del paràmetre real  $\lambda$  per als quals  $A - \lambda I$  no és invertible, sent  $I$  la matriu identitat d'ordre 3. (3 punts)
- El determinant d'una matriu quadrada  $B$  el determinant de la qual és major que 0 i verifica l'equació  $B^{-1} = B'$ . (3 punts)

**Problema B.2** Es dóna el pla  $\pi : 6x + 3y + 2z - 12 = 0$  i els punts  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,2,0)$  i  $C(0,0,3)$ .

Obteniu **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- L'equació implícita del pla  $\sigma$  que passa pels punts  $A$ ,  $B$  i  $C$ ,  
i la posició relativa dels plans  $\sigma$  i  $\pi$ . (2 punts)  
(2 punts)
- L'àrea del triangle de vèrtexs  $A$ ,  $B$  i  $C$ . (3 punts)
- Un punt  $P$  del pla  $\pi$  i el volum del tetraedre els vèrtexs del qual són  $P$ ,  $A$ ,  $B$  i  $C$ . (3 punts)

**Problema B.3.** Cada dia, una planta productora d'acer ven  $x$  tones d'acer de qualitat baixa i  $y$  tones d'acer de qualitat alta. Per restriccions del sistema de producció, ha de succeir que  $y = \frac{23 - 5x}{10 - x}$ , en què  $0 < x < \frac{23}{5}$ .

El preu d'una tona d'acer de qualitat alta és de 900 euros, i el preu d'una tona d'acer de qualitat baixa és de 300 euros.

Obteniu **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- Els ingressos obtinguts en un dia en funció de  $x$ . (3 punts)
- Quantes tones de cada tipus d'acer s'han de vendre en un dia perquè els ingressos obtinguts aquest dia siguin màxims. (5 punts)
- L'ingrés màxim que es pot obtenir per les vendes d'acer en un dia. (2 punts)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se da la matriz  $A = \begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La comprobación de que  $A^{-1} = 5^{-1}A'$ , siendo  $A'$  la matriz traspuesta de  $A$ . (4 puntos)
- b) Los valores del parámetro real  $\lambda$  para los cuales  $A - \lambda I$  no es invertible, siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3. (3 puntos)
- c) El determinante de una matriz cuadrada  $B$  cuyo determinante es mayor que 0 y verifica la ecuación  $B^{-1} = B'$ . (3 puntos)

**Problema B.2.** Se da el plano  $\pi : 6x + 3y + 2z - 12 = 0$  y los puntos  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 2, 0)$  y  $C(0, 0, 3)$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La ecuación implícita del plano  $\sigma$  que pasa por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ , (2 puntos)  
y la posición relativa de los planos  $\sigma$  y  $\pi$ . (2 puntos)
- b) El área del triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ . (3 puntos)
- c) Un punto  $P$  del plano  $\pi$  y el volumen del tetraedro cuyos vértices son  $P$ ,  $A$ ,  $B$  y  $C$ . (3 puntos)

**Problema B.3.** Cada día, una planta productora de acero vende  $x$  toneladas de acero de baja calidad e  $y$  toneladas de acero de alta calidad. Por restricciones del sistema de producción debe suceder que  $y = \frac{23 - 5x}{10 - x}$ , siendo  $0 < x < \frac{23}{5}$ .

El precio de una tonelada de acero de alta calidad es de 900 euros y el precio de una tonelada de acero de baja calidad es de 300 euros.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los ingresos obtenidos en un día en función de  $x$ . (3 puntos)
- b) Cuántas toneladas de cada tipo de acero se deben vender en un día para que los ingresos obtenidos ese día sean máximos. (5 puntos)
- d) El ingreso máximo que se puede obtener por las ventas de acero en un día. (2 puntos)